

1. РАСЧЕТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Принцип суперпозиции электрических полей:

$$\vec{E}_{\text{рез}} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad \text{или} \quad \vec{E}_{\text{рез}} = \int d\vec{E}; \quad \varphi_{\text{рез}} = \sum_{i=1}^n \varphi_i \quad \text{или} \quad \varphi_{\text{рез}} = \int d\varphi.$$

Напряженность и потенциал электрического поля точечного заряда, поля вне шара или сферы:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k \cdot \frac{q}{r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = k \cdot \frac{q}{r},$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл².

Напряженность электрического поля вблизи большой равномерно

заряженной плоскости: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.

Связь напряженности и разности потенциалов: $E = -\frac{d\varphi}{dr}$.

1.1. Электрическое поле создано двумя зарядами $q_1=10$ нКл и $q_2=-20$ нКл, находящимися на расстоянии $d=20$ см друг от друга. Определить напряженность поля в точке А, удаленной от первого заряда на расстояние $r_1=30$ см и от второго на $r_2=50$ см. Рассчитать работу, которую необходимо совершить, чтобы перенести точечный заряд $q_0=5 \cdot 10^{-4}$ Кл из точки находящийся посередине между зарядами в точку А. Ответ: 280В/м, 0,42 Дж.

1.2. Точечные заряды $q_1=10$ нКл и $q_2=-20$ нКл находятся в воздухе на расстоянии 10 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке А, удаленной на расстояние 6 см от первого и на 8 см от второго. Как изменится потенциальная энергия взаимодействия зарядов, если переместить второй заряд в эту точку? Какую для этого нужно совершить работу? Ответ: 37,6 кВ/м; 12 мкДж.

1.3. Расстояние между двумя положительными зарядами $q_1=9q$ и $q_2=q$ равно 8 см. На каком расстоянии от первого заряда находится точка А, в которой напряженность поля равна нулю? Какую скорость получит протон, если его вытолкнуть из точки А? Принять $q=10^{-8}$ Кл. Ответ: 6 см; 1,9 Мм/с.

1.4. Два заряда $q_1=3q$ и $q_2=-q$ (где $q=10^{-9}$ Кл) находятся на расстоянии 12 см друг от друга. На каком расстоянии от первого заряда находится точка, в которой напряженность поля равна нулю? Рассчитать потенциал поля в этой точке. Ответ: 28,4 см; 40,2 В.

1.5. В вершинах равностороннего треугольника со стороной а находятся равные по величине заряды: $+q$, $+q$, $-q$. Найдите напряженность

и потенциал поля в центре треугольника. Какая работа будет совершена при перемещении точечного заряда $+q_0$ из центра в середину одной из сторон треугольника, между положительными зарядами? Ответ:

$$E = \frac{3q}{2\pi\epsilon_0 a^2}; \quad \varphi = \frac{\sqrt{3}q}{4\pi\epsilon_0 a}; \quad A = \frac{1,9q_0 q}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

1.6. В трех вершинах квадрата со стороной $a=40$ см находятся одинаковые положительные заряды по $6,4$ нКл каждый. Найти напряженность и потенциал электрического поля в четвертой вершине. Рассчитать разность потенциалов между центром квадрата и четвертой вершиной. Ответ: 900 В/м; 390 В; 222 В.

1.7. Два точечных заряда $q_1 = q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a=10$ см. Где нужно поместить отрицательный точечный заряд $q_3 = -2,6 \cdot 10^{-8}$ Кл, чтобы напряженность электрического поля в третьей вершине стала равной нулю? Каким при этом будет потенциал поля в этой вершине? Ответ: $\frac{\sqrt{3}a}{2}$; 900 кВ.

1.8. Поле создано одинаковыми положительными зарядами, расположенными в трех вершинах квадрата со стороной $a=10$ см, по $4,8$ нКл каждый. Найти напряженность электрического поля в четвертой вершине. Какую максимальную скорость будет иметь α -частица, если ее поместить первоначально в центр квадрата? Ответ: $8,3$ кВ/м; $0,42$ Мм/с.

1.9. Отрицательные точечные заряды по -16 нКл расположены в трех вершинных квадрата со стороной $0,2$ м. Рассчитать напряженность электрического поля в центре квадрата. Найти работу перемещения электрона из центра квадрата в четвертую вершину. Ответ: $7,2$ кВ/м; $1,8 \cdot 10^{-16}$ Дж.

1.10. Электрическое поле создано заряженным шаром с радиусом $R=2$ см с зарядом $q_1=2,5$ нКл и точечным зарядом $q_2=0,9$ нКл, находящимся на расстоянии $3R$ от поверхности шара. Найти положение точки А, в которой напряженность поля равна нулю. Какая работа будет совершена при перемещении заряда $q_0 = 5 \cdot 10^{-12}$ Кл от поверхности шара до точки А? Ответ: 3 см; $2,7$ нДж.

1.11. Две полые сферы радиуса $r=10$ см (см. рис.1.1.) равномерно заряжены зарядами $q_1=q_2=32$ нКл и находятся друг от друга на расстоянии $O_1O_2=4r$ ($O_1C=O_2C$). Найти напряженность E электрического поля в точке А, удаленной от сфер на одинаковое расстояние $O_1A=O_2A$ так, что $AC=2r$. Рассчитать работу поля по перемещению заряда $q_3 = -1,19$ нКл из точки А в точку С. Ответ: 5090 В/м; 1 мкДж.

1.12. Тонкостенные сферы с равномерно распределенными по поверхности зарядами $q_1=q_2=64$ нКл и с радиусами по $r=13,4$ см расположены так, что расстояние между их центрами $O_1O_2=4r$ (см. рис.1.1.). Найти: 1) напряженность электрического поля в центре каждой сферы; 2)

потенциал поля в середине между сферами (в точке С); 3) работу перемещения α -частицы из точки С до ближайшей точки поверхности сферы. Ответ: 2 кВ/м; 4,3 кВ; $4,6 \cdot 10^{-16}$ Дж.

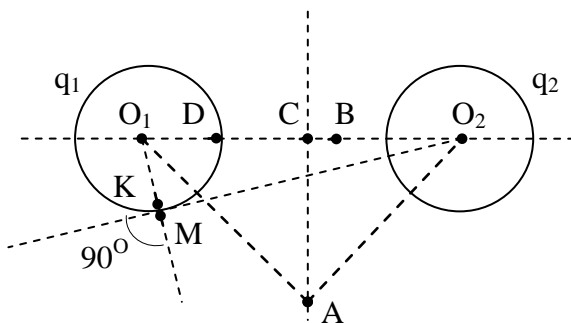


Рис. 1.1.

1.13. Чему равен потенциал электрического поля, созданного двумя равномерно заряженными сферами (радиусы $r=0,12$ м, заряды по $32 \cdot 10^{-10}$ Кл) в точке В (см рис.1.1.), если $O_1O_2=4r$, $O_2B=1,5r$. Найти напряженность поля в этой же точке. Ответ: 260 В; 570 В/м.

1.14. Две тонкие сферические поверхности с равномерно распределенными зарядами по 3,2 нКл с радиусами $r=12$ см расположены друг относительно друга так, расстояние между их центрами равно 48 см (см рис.1.1.). Найти напряженность и потенциал электрического поля в точках К и М, которые лежат в непосредственной близости от поверхности, но точка К – внутри, а точка М – вне сферы. Ответ: 133 В/м; 2 кВ/м; 300В.

1.15 На рисунке 1.1. показаны две тонкостенные сферы, имеющие радиусы 0,2 м и заряды $16 \cdot 10^{-6}$ Кл, равномерно распределенные по поверхности. Расстояние между центрами сфер 80 см. Точка С лежит в середине между сферами, точка D внутри сферы в непосредственной близости от стенки. Найти разность потенциалов электрического поля между точками С и D и напряженность в точке D. Ответ: 240 кВ; 400 кВ/м.

1.16. Два равномерно заряженных шара с зарядами $q_1=-46 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2=46 \cdot 10^{-9}$ Кл и радиусами 5 см находятся в вакууме так, что расстояние между их центрами $O_1O_2=20$ см (см рис. 1.1.). Найти напряженность электрического поля в точке В, которая расположена так, что $BO_2=7,5$ см. С какой скоростью упадет протон на поверхность первого шара, если его поместить предварительно в точку В ? Ответ: 10^5 В/м; 1,2 Мм/с.

1.17. Сферы, изображенные на рис 1.1, имеют радиусы по 0,05 м и заряды $q_1=-46$ мКл и $q_2=46$ мКл, которые равномерно распределены по

их поверхностям. Расстояние между центрами сфер 20 см. Рассчитать напряженность и потенциал электрического поля в точке D, которая находится внутри отрицательно заряженной сферы в непосредственной близости от ее стенки. Ответ: 18,4 МВ/м; -11 МВ.

1.18. Сферическая поверхность радиусом $R=0,1$ м несет равномерно распределенный по ней заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл/м². Вне сферы на расстоянии R от ее поверхности находится точечный заряд $q=4 \cdot 10^{-8}$ Кл (см. рис. 1.2.). Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре сферы. Ответ: 9 кВ/м; 4 кВ.

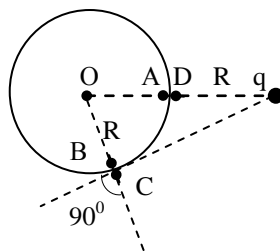


Рис. 1.2.

1.19. В соответствии с условием задачи 1.18 найти напряженность и потенциал электрического поля в точке A, находящейся внутри сфера в непосредственной близости от ее стенки. Ответ: 36 кВ/м; 5,9 кВ.

1.20. На рисунке 1.2 изображена отрицательно заряженная тонкостенная сфера радиусом $R=20$ см, имеющая равномерно распределенный заряд с поверхностной плотностью $\sigma=-0,2$ мКл/м², и точечный заряд $q=100$ нКл, находящийся на расстоянии R от поверхности сферы. Рассчитать напряженность и потенциал электрического поля в точках B и C, находятся в непосредственной близости от стенки сферы соответственно внутри и вне сферы, как показано на рис. 1.2. Ответ: 7,5 кВ/м; 1,9кВ; 24,9 кВ/м.

1.21. Сферическая тонкая оболочка с радиусом $R=5$ см имеет равномерно распределенный по поверхности положительный заряд с плотностью $\sigma=8$ мКл/м². На расстоянии R от ее поверхности находится точечный заряд q . Какова величина и знак этого заряда, если известно, что потенциал электрического поля в центре сферы равен 0? Какова напряженность поля в точке D, находящейся в непосредственной близости от сферы, как показано на рис. 1.2? Ответ: -0,5 мКл; 2,7 МВ/м.

1.22. Две сферы с радиусами $R_1=r$ и $R_2= r/2$ заряжены с одинаковой постоянной по поверхности плотностью заряда σ . Причем первая сфера имеет положительный, а вторая отрицательный заряд. Сферы расположены так, что их поверхности почти соприкасаются. Найти: 1) Напряженность и потенциал электрического поля в центре первой сферы. 2) Положение точки, в которой напряженность равна 0. Ответ:

$$-\frac{\sigma}{9\epsilon_0}, \frac{5\sigma \cdot r}{6\epsilon_0}; 3r \text{ от центра первой сферы.}$$

1.23. Отрицательно заряженная сфера радиусом $R=2$ см с равномерно распределенным зарядом плотностью $\sigma_1=- 3,54$ мКл/м² находится вблизи положительно заряженной большой плоскости с поверхностной

плотностью заряда $\sigma_2=885 \text{ нКл/м}^2$, как показано на рис. 1.3. Потенциал плоскости $\varphi=10^4 \text{ В}$. Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре сферы. Ответ: 50 кВ/м ; 0 В .

1.24. В соответствии с условием задачи 1.23 найти напряженность и потенциал электрического поля в точке А, лежащей так, как показано на рис.1.3. Ответ: 112 кВ/м ; 4 кВ .

1.25. В соответствии с условием задачи 1.23 найти напряженность и потенциал электрического поля в точках В и С, находящихся как показано на рис. 1.3, соответственно внутри и вне сферы в непосредственной близости от стенки сферы. Ответ: 50 кВ/м ; 0 , 403 кВ/м ; 0 .

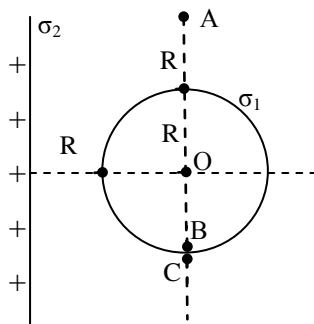


Рис. 1.3.

1.26. Тонкая круглая пластина несет равномерно распределенный по ее плоскости заряд 1 нКл . Радиус пластины равен 5 см . Определить потенциал φ электрического поля в центре пластины. Ответ: 360 В .

1.27. Плоское тонкое кольцо с внешним радиусом 10 см и внутренним 4 см имеет электрический заряд, который равномерно распределен по его поверхности с плотностью $3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2$. Каков потенциал в центре кольца? Ответ: $10,2 \text{ В}$.

1.28. Электрический заряд равномерно распределен по круглой тонкой пластине радиуса 3 см . Потенциал электростатического поля в центре пластины $\varphi = 150 \text{ В}$. Рассчитать поверхностную плотность заряда σ на этой пластине. Ответ: $88,5 \text{ нКл/м}^2$.

1.29. Плоский диск с радиусом $R_1=8 \text{ см}$ электрически заряжен так, что заряд равномерно распределен по его поверхности. При этом потенциал в центре диска равен 600 В . Какую внутреннюю часть этого диска с радиусом R_2 надо удалить, чтобы потенциал в центре уменьшился до 150 В ? Ответ: 6 см .

1.30. Радиус тонкой круглой пластины равен 10 см . По плоскости пластины равномерно распределен по заряд $Q = 9 \text{ нКл}$. Определить потенциал электрического поля в точке, лежащей на оси симметрии, перпендикулярной плоскости пластины, и отстоящей от центра пластины на расстоянии $a=5 \text{ см}$. Ответ: 1 кВ .

1.31. Поверхностная плотность заряда тонкой круглой пластины $\sigma=35,4 \text{ нКл/м}^2$. Потенциал электрического поля в точке А, удаленной от центра на 30 см и лежащей на оси, перпендикулярной плоскости пластины, равен $\varphi = 400 \text{ В}$. Рассчитать радиус пластины. Ответ: $0,4 \text{ м}$.

1.32. Потенциал электрического поля в центре тонкой равномерно заряженной круглой пластины с радиусом 8 см равен 200 В. Каков потенциал поля на оси пластины в 6 см от ее центра? Ответ: 100 В.

1.33. Плоское тонкое кольцо с внешним и внутренним радиусами равными соответственно 4 и 3 см имеет электрический заряд равный $Q=5,14 \cdot 10^{-10}$ Кл, который равномерно распределен по его поверхности. Какой точечный заряд q надо поместить в центр кольца, чтобы на оси его в точке, находящейся в 3 см от центра, потенциал поля стал равен нулю? Ответ: $3,3 \cdot 10^{-10}$ Кл.

1.34. Тонкий диск имеет электрический заряд Q равномерно распределенный по его поверхности с плотностью σ . Определить потенциал электрического поля в точке, лежащей на оси диска и удаленной от центра на расстояние b . Исследовать случай, когда b много больше радиуса диска. Ответ: $\varphi = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{b^2 + \frac{Q}{\pi\sigma}} - b \right)$, поле точечного заряда.

1.35. Сплошной шар радиусом $R=10$ см равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho=1,77$ мкКл/м³. Определить потенциал электрического поля в центре шара. Ответ: 1 кВ.

1.36. Определить потенциал φ внутренней поверхности шара, заряд которого равномерно распределен по объему с плотностью $\rho=1,5$ мкКл/м³. Шар полый, толстостенный: внутренний радиус 4 см, наружный 7 см. Ответ: 280 В.

1.37. Толстостенный полый шар с внутренним радиусом $R_1=2$ см и наружным $R_2=5$ см имеет равномерно распределенный по его объему электрический заряд. Каков заряд шара, если известно, что потенциал электрического поля в его центре равен 40 В? Ответ: 0,165 нКл.

1.38. Тонкое полукольцо радиусом $R=20$ см заряжено равномерно зарядом $q=0,7$ нКл. Найти модуль вектора напряженности электростатического поля E и потенциал φ в центре кривизны полукольца. Ответ: 100 В/м; 31,5 В.

1.39. Тонкая нить согнута в полуокружность и заряжена так, что электрический заряд равномерно распределен по ее длине. Каков радиус этой полуокружности, если известно, что в центре ее кривизны напряженность поля 10 кВ/м, а потенциал 630 В. Ответ: 4 см.

1.40. Найти напряженность электростатического поля в центре кривизны тонкого полукольца радиуса $R=8$ см и линейную плотность заряда τ на кольце, если известно, что заряд по нему распределен равномерно, а потенциал поля в центре кривизны $\varphi=31,4$ В. Ответ: 250 В/м; 1,1 нКл/м.

1.41. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиусом R , равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau=12$ нКл/м. Определить напряженность E и потенциал φ поля в точке O , совпадаю-

щей с центром кривизны дуги. Длина нити составляет $1/3$ длины окружности и равна $\ell=24$ см. Ответ: $1,63$ кВ/м; 226 В.

1.42. Электрический заряд $0,3$ мкКл равномерно распределен по тонкой нити длиной 30 см, которая представляет собой дугу в $2/3$ от длины окружности. Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре кривизны этой нити. Ответ: $2,2 \cdot 10^5$ В/м; $37,7$ кВ.

1.43. Электрический заряд с линейной плотностью $\tau=10$ нКл/м равномерно распределен по тонкой нити изогнутой в кольцо радиусом R . После удаления $1/4$ части кольца напряженность поля в центре кривизны стала составлять $E=4,24$ кВ/м. Рассчитайте радиус кольца R . Найдите потенциал поля ϕ в его центре. Ответ: 3 см; 424 В.

1.44. Заряд $q=10^{-10}$ Кл равномерно распределен по тонкой нити в форме дуги окружности, длина которой равна 5 см и составляет четверть от длины окружности. Вычислить напряженность и потенциал электрического поля в центре кривизны нити. Ответ: 800 В/м; $28,2$ В.

1.45. В центре кривизны равномерно заряженной тонкой нити, которая имеет форму четверти окружности, напряженность электрического поля 9 кВ/м, а потенциал 1000 В. Найти длину этой нити. Ответ: $15,7$ см.

1.46. Тонкая нить имеет форму полуокружности с радиусом $0,2$ м. Половина этой нити имеет заряд $q_1=0,7$ нКл, другая половина $q_2=-0,7$ нКл. Вычислить напряженность и потенциал электрического поля в центре кривизны полуокружности. Ответ: 200 В/м; 0 В.

1.47. Тонкая нить образует окружность радиусом 10 см. Половина ее имеет положительный заряд $3,49 \cdot 10^{-10}$ Кл, а противоположная половина такой же отрицательный заряд. Каковы напряженность и потенциал электрического поля в центре окружности? Ответ: 400 В/м; 0 В.

1.48. По тонкому кольцу радиусом $R=10$ см распределен электрический заряд с линейной плотностью $\tau=5$ нКл/м. Найти напряженность E и потенциал ϕ в точке A , расположенной на оси кольца и удаленной от центра кольца на расстояние 10 см. Ответ: 1 кВ/м; 200 В.

1.49. В центре тонкого заряженного кольца, радиус которого $R=3$ см, потенциал поля $\phi=15$ В. Найти напряженность поля созданного заряженным кольцом в точке, лежащей на оси кольца и удаленной от его центра на расстояние $L=4$ см. Ответ: 144 В/м.

1.50. В точке, находящейся на расстоянии ℓ от центра тонкого равномерно заряженного кольца на его оси, потенциал электрического поля равен 120 В, а напряженность равна 600 В/м. Найти радиус R этого кольца, если $\ell=R$. Ответ: $0,1$ м.